



TITLE:

A Generalized Stochastic Theory of Nonequilibrium Systems

AUTHOR(S):

柴田, 文明; 橋爪, 夏樹; 高橋, 慶紀

CITATION:

柴田, 文明 ...[et al]. A Generalized Stochastic Theory of Nonequilibrium Systems. 物性研究 1977, 27(6): F31-F33

ISSUE DATE:

1977-03-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/89316>

RIGHT:

Bogoliubov 理論とキュムラントの手法による運動方程式の導出
たわけではないが、s 次のキュムラントに対する鎖方程式の具体的な形を与えたこと
と、キュムラントの方法に対して導入すべき因果律と境界条件を定めたことはキュムラ
ントで運動論を論ずる際に何らかの役に立つことと思われる。

参 考 文 献

- 1) 橋爪夏樹, 落合 萌, 物性研究 25 (1966) 320
- 2) A. Siegert, Phys. Rev. 76 (1949) 1708
- 3) R. Kubo, K. Matsuo and K. Kitahara, J. Stat. Phys. 9 (1973) 51
- 4) N. N. Bogoliubov, *Problemy Dinamicheskoi Teorii v Statisticheskoi Fiske (Problems of a Dynamical Theory in Statistical Physics)* (Moscow, 1946) (in Russian)

A Generalized Stochastic Theory of Nonequilibrium Systems

お茶の水大・理 柴 田 文 明・橋 爪 夏 樹
東大・理 高 橋 慶 紀

i) 非平衡系を扱う方法論として有効なものの一つに減衰理論がある。これは通常の
Liouville 方程式

$$\dot{W}(t) = -iLW(t), \quad (1)$$

に射影演算子 \mathcal{P} をほどこして必要な情報のみを抜き出すという操作を行うことに対応
する。その結果は,

$$\begin{aligned} \mathcal{P}\dot{W}(t) = & -i\mathcal{P}L\mathcal{P}W(t) - \int_0^t d\tau \mathcal{P}L e^{-iQL\tau} Q_L \mathcal{P}W(t-\tau) \\ & - i\mathcal{P}L e^{-iQL\tau} Q_W(0), \end{aligned} \quad (2)$$

というよく知られた Non-Markoff な式となる。

ところで (2) の記憶項の中の $W(t-\tau)$ は (1) より

$$W(t-\tau) = e^{iL\tau} W(t), \quad (3)$$

と書き直せて, t と τ とを分離することが出来る。こうすると (2) の代りに

$$\begin{aligned} \mathcal{D}\dot{W}(t) = & -i\mathcal{D}L\mathcal{D}W(t) - i\mathcal{D}L\{\theta(t) - 1\}\mathcal{D}W(t) \\ & - i\mathcal{D}L\theta(t)e^{-iQLt}QW(0), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\theta(t) = [\mathcal{D} + e^{-iQLt}Qe^{iLt}]^{-1} = f(t)^{-1},$$

という convolutionless の形の式を得る。

(4) はまた,

$$\theta(t) - 1 = \int_0^t \dot{\theta}(\tau) d\tau = - \int_0^t \theta(\tau) \dot{f}(\tau) \theta(\tau) d\tau, \quad (5)$$

という関係を用いて書き直してもよい。(5)を(4)に入れた表式はTokuyama-Moriが演算子代数を用いて得たものと一致する。

我々は通常の Non-Markoff の式と convolutionless の表式との関係を明らかにし得たわけである。

ii) 上の手続きはただちに \mathcal{M} が時間に依る系に拡張出来る。その中でも特に応用例が豊富な stochastic Hamiltonian の場合を扱ってみよう。

この時,

$$\mathcal{M}(t) = \mathcal{M}_0 + \mathcal{M}_1(t), \quad (6)$$

ここに $\mathcal{M}_1(t)$ は時間 t のランダムな関数である。このランダムプロセスで平均をとる事で射影演算子を定義する:

$$\mathcal{D}X = \langle X \rangle_B. \quad (7)$$

前と同様な議論を行って,

$$\begin{aligned} \mathcal{D}\dot{W}(t) = & -i\mathcal{D}L(t)\mathcal{D}W(t) - i\mathcal{D}L(t)\{\theta(t)-1\}\mathcal{D}W(t) \\ & - i\mathcal{D}L(t)\theta(t)\mathcal{U}(t,0)QW(0), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\mathcal{U}(t,\tau) = \exp_{\leftarrow} \left[-iQ \int_{\tau}^t L(s) ds \right],$$

等の表式を得る。i) の場合との相違は $L(t)$ が時間に依っている為に， ordered exponential が幾つか登場することである。

この様にして通常の減衰理論のわく内で，所謂 Non-Markoff の方程式 convolutionless の式の間関係を明らかにし，更に stochastic models に対する拡張が出来たわけである。

iii) 応用例はいくつか考えられるがボソンの振動子とスピン系を扱った。我々はこの様な系に対して一般化された位相空間の方法を用いて， c- 数空間の記述に移行する。斯くして量子体系は古典統計と類似の理論のわく組の中におさまるのである。ボース振動子である極限をとれば Kubo の stochastic Liouville eq. の結果を導く事が出来，我々の結果は time-scale の大小に関わりなく overall な適用性を有している事が確認出来る。

Quantal Master Equation valid for Any Time-scale

お茶の水大・理 橋爪夏樹・柴田文明・新宮真弓

i) 前の講演の結果を，見ている系(S)も，その系に接触している熱浴(B)も共に量子系であるという場合に適用してみよう。 Liouville 演算子は

$$L = L_S + L_B + L_{SB}.$$

射影演算子 \mathcal{D} を